Sección 1.6
Funciones definidas por partes

Universidad de Puerto Rico
Recinto Universitario de Mayagüez
Facultad de Artes y Ciencias
Departamento de Ciencias Matemáticas

Contenido

1. Definición

2. Ejemplos
   - Gráfica de la función valor absoluto
   - Gráfica de la función parte entera

Definición

Para definir una función basta con establecer cualquier correspondencia que asigne a cada elemento de un conjunto llamado *dominio*, exactamente un elemento que estará contenido en un conjunto llamado *rango*. Siempre que se respete la condición de unicidad de imagen, el tipo de correspondencia puede ser completamente arbitrario.

En particular, hay funciones que establecen correspondencias que se representan usando diferentes expresiones algebraicas para diferentes partes de su dominio. Estas son las *funciones definidas por partes*.

Ejemplos

1. Dada la siguiente función definida por partes

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si} \quad -4 \leq x < 2 \\ 4 & \text{si} \quad x = 2 \\ x^2 - 1 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases},$$

halle los siguientes valores:

(a) $f(-3)$

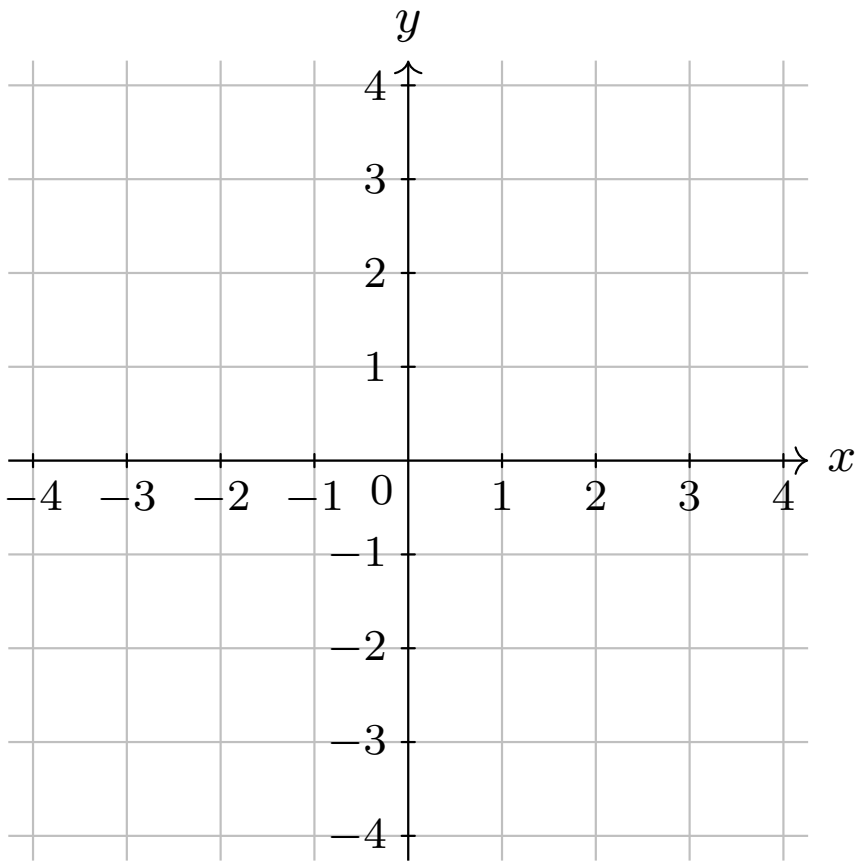
(b) $f(0)$

(c) $f(2)$

(d) $f(4)$

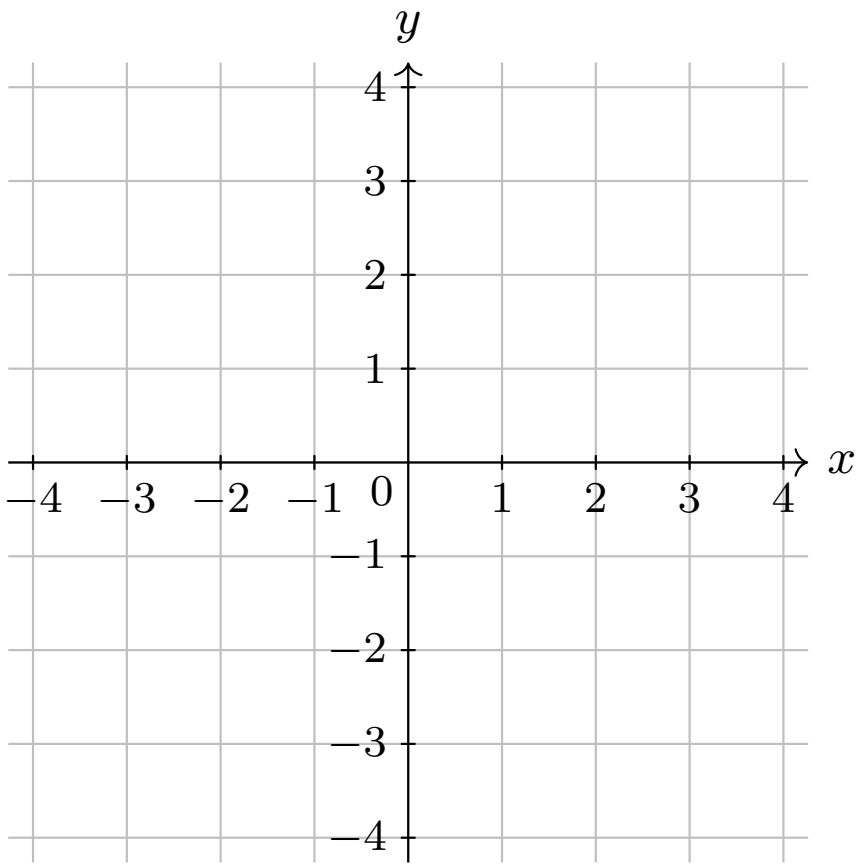
2. Dibuje la gráfica de la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si} \quad x \leq -1 \\ x^2 & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$$



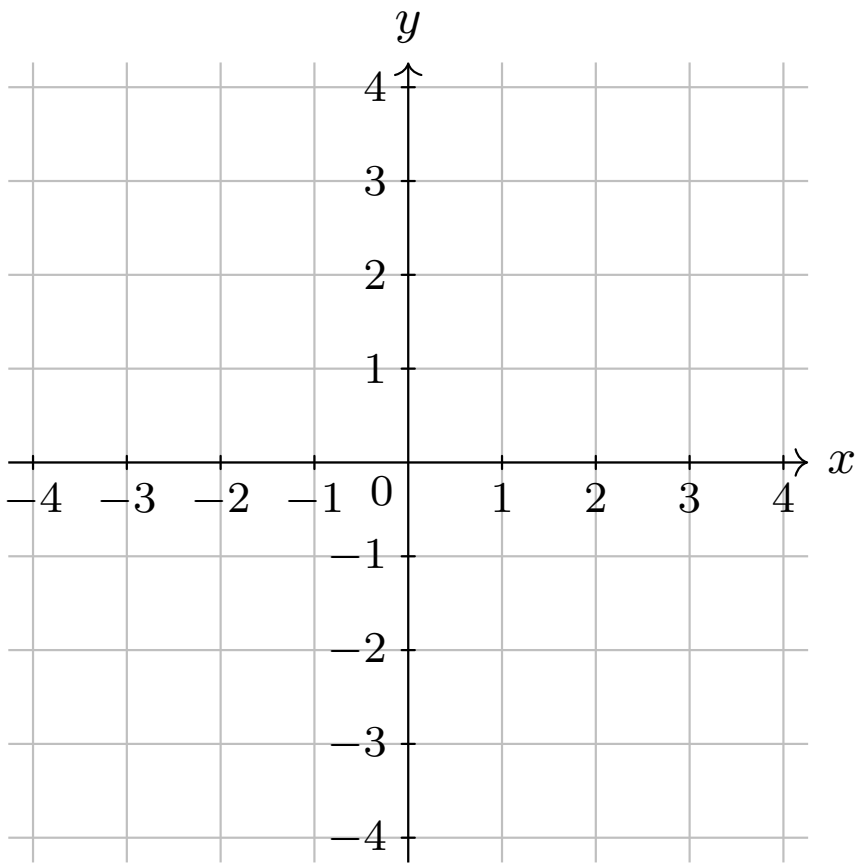
Gráfica de la función valor absoluto

3. Dibuje la gráfica de la función $f(x) = |x|$.



Gráfica de la función parte entera

4. Dibuje la gráfica de la función $f(x) = [x]$.



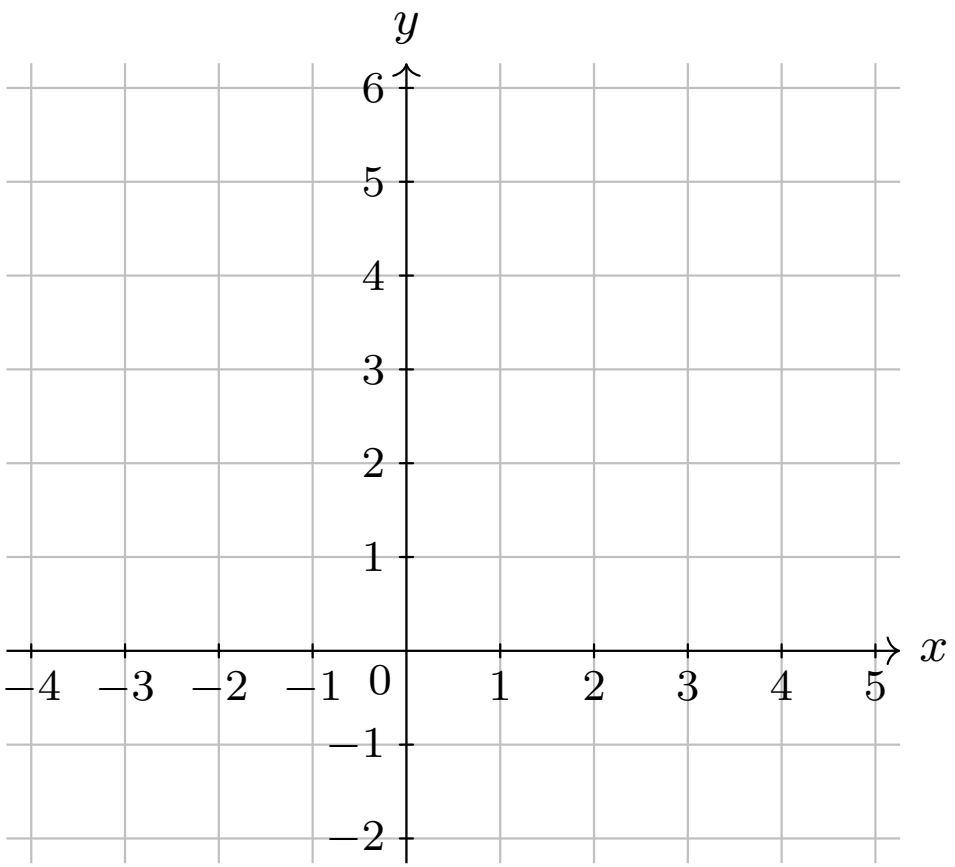
5. La siguiente función describe el plan de llamadas en un teléfono celular, donde t representa los minutos de uso en un mes dado y C el costo mensual en dólares.

$$C(t) = \begin{cases} 30 & \text{si} \quad 0 \leq t \leq 250 \\ 30 + 0.30(t - 250) & \text{si} \quad t > 250 \end{cases}$$

Evalúe e interprete cada uno de los siguientes valores:

(a) $C(200)$

(b) $C(350)$

6. Halle el rango de la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & \text{si} \quad x \leq 2 \\ x + 1 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$